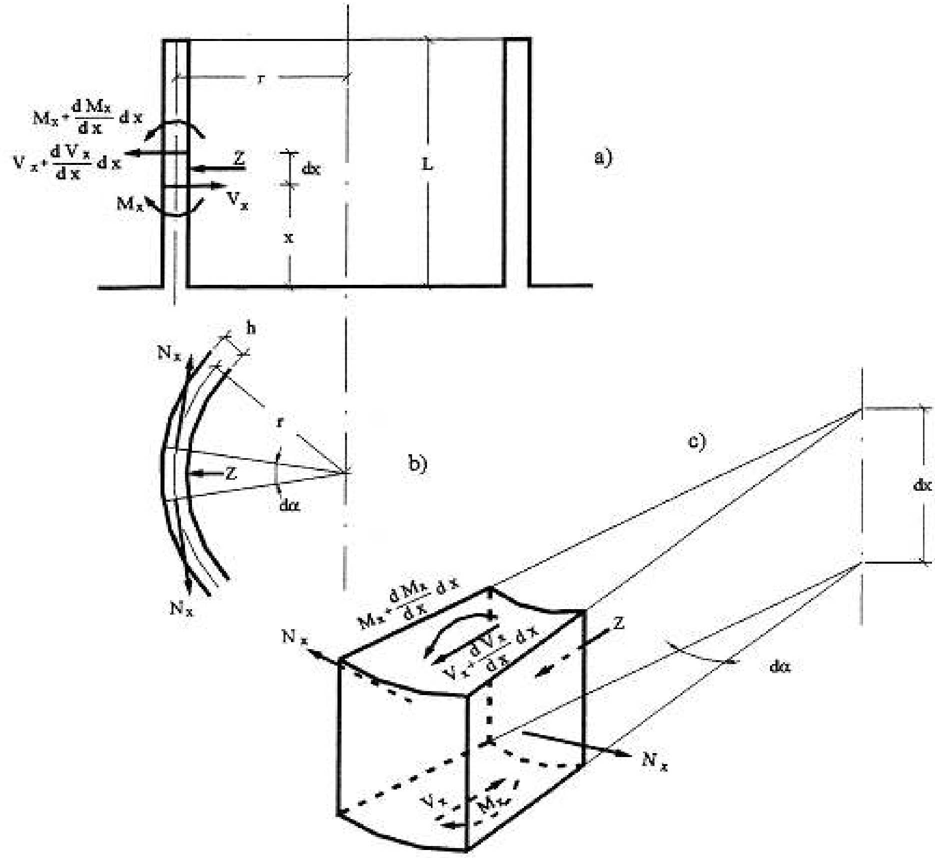
CÁLCULO DE DEPÓSITOS DE HORMIGÓN ARMADO PARA AGUA

DEPÓSITOS CILÍNDRICOS.

Determinación de las solicitaciones:

Las solicitaciones en las paredes del depósito, a una altura **x** son: Axiales N_x, cortantes V_x y flectores M_x.



Las ecuaciones para resolverlo son:

Equilibrio de fuerzas radiales:

$$\frac{\mathbf{dV_x}}{\mathbf{dx}} - \frac{1}{\mathbf{r}} \times \mathbf{N_x} + \mathbf{Z_x} = 0$$

Equilibrio de momentos:

$$\frac{\mathbf{dM_x}}{\mathbf{dx}} + \mathbf{V_x} = 0$$

Deformación del depósito:

$$\mathbf{N_x} = \frac{\mathbf{E \times h}}{\mathbf{r}} \omega$$

Relación Momentos-Deformación:

$$M_x = \frac{E \times h^3}{12 \times \left(1 - \nu^2\right)} \times \frac{d^2\omega}{dx^2}$$

Donde $\mathbf{Z_x}$ es la presión del agua a la altura **x**: $\mathbf{Z} = \gamma$ * (L-x); $\boldsymbol{\nu}$ es el coeficiente de Poisson del hormigón (ν = 0.2); y **E** es el módulo de elasticidad del hormigón.

Operando, se llega a la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{d^4\omega}{dx^4} + \frac{12 \times (1 - \nu^2)}{r^2 \times h^2} \times \omega = \frac{12 \times (1 - \nu^2)}{E \times h^3} \times \gamma \times (L - x)$$

Con las condiciones de contorno siguientes:

En x=0: ω=0 dω/dx=0

En x=L: M_x=0 V_x=0

Resolviendo la ecuación, se obtiene la deformación $\omega=\omega(x)$, y con ella se determinan los esfuerzos N_x, V_x, M_x. Los valores aparecen en la tabla adjunta.

Metodología a seguir

1) Clase de exposición:

En general puede considerarse la clase IV. Si se trata de instalaciones industriales o depuradoras de agua sería la clase Q_c.

2) Resistencias mínimas del hormigón:

Si la clase de exposición es la IV, $f_{ck} \geq 30$ N/mm^2.

Si la clase es la Q_c, $f_{ck} \geq 35$ N/mm^2.

3) Coeficientes de seguridad:

γ_c = 1.5; γ_s = 1.15; γ_c = 1.6

4) Recubrimientos de las armaduras

Para la clase IV: 35mm; para la clase Q_c: 40mm.

Si el control de ejecución no es intenso, se aumentarán en 10mm.

5) Espesor de las paredes:

En principio, h = 0.05 * L + 0.01 * R

Donde **L** es la altura del agua, y **R** el radio del depósito

6) Cálculo de las solicitaciones por la acción del agua:

a. Se determina $\alpha = \frac{1.3}{\sqrt{Rxh}}$, y se calcula la constante del depósito (α*L)

b. Con la constante del depósito se determinan en las tablas los valores de K_1, K_2 y β.

c. Se calculan los esfuerzos axiales: $N = \gamma * R * L * K_1$

d. Se calculan los momentos flectores: $M = \frac{\gamma * R * h * L}{2 * \sqrt{3(1-\nu^2)}} * K_2$

e. Se calcula el cortante máximo: $V_{\max} = \gamma * R * h * \beta$

f. Se determina el cortante en la base: $V_0 = \frac{\gamma * L}{2\alpha}(1 - \frac{1}{\alpha * L})$

7) Cálculo de las armaduras horizontales:

En principio, $A_s = \frac{N}{100}$, donde **N** es el axial calculado en Newtons, y 100 es la tensión del acero en N/mm^2.

En todo caso, deberá cumplirse que $\frac{A_s}{A_c} \geq 0.004$

8) Cálculo de las armaduras verticales:

Conocido el momento **M**, se mayora: $M_d = \gamma_f * M$

Cálculo por el diagrama rectangular:

$$U_0 = 0.85 * f_{cd} * b * d$$

$$U_1 = U_0(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 * d}})$$

$$A_s \geq \frac{U_1}{f_{yd}}$$

Además, se debe cumplir que:

$$A_s \geq 0.002 A_c$$

$$A_s * f_{yd} \geq 0.04 * f_{cd} * A_c$$

9) Estimación de las tensiones de una pieza de hormigón armado sometida a tracción simple antes de la fisuración del hormigón:

Antes de la fisuración, la tensión del acero será σ_s, y la del hormigón σ_α.

El equilibrio interno exige que $N = A_c * \sigma_{ct} + A_s * \sigma_s$

Las deformaciones unitarias del hormigón y del acero serán respectivamente:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_{ct}}{E_c} \qquad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Debe cumplirse que $\varepsilon_c = \varepsilon_s$; $\sigma_s = \sigma_{ct}\frac{E_s}{E_c} = \sigma_{ct} * m$; donde el valor de **m** se toma entre 10 y 15.

Sustituyendo y despejando, se obtiene σ_{ct}, que debe ser menor o igual que la resistencia característica del hormigón a tracción:

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A_c + m * A_s} \leq f_{ct,k} \text{, con } f_{ct,k} = 0.21 * \sqrt[3]{f_{ck}^{\,2}}$$

Esta comprobación está en desuso, y ha sido sustituida por la comprobación a fisuración.

10) Comprobación de la fisuración:

El ancho de la fisura, según la clase de exposición, deberá cumplir:

Clase IV $w_{mx} < 0.2mm$

Clase Q_c $w_{max} < 0.1mm$

Donde $\varpi_{mx} = 1.7 * s_m * \varepsilon_{sm}$

Siendo:

Separación media de las fisuras (en mm): $s_m = 2c + 0.2s + 0.4K_1 \dfrac{\phi * A_{c,ef}}{A_s}$

Alargamiento medio de las armaduras teniendo en cuenta la colaboración del hormigón: $\varepsilon_{sm} = \dfrac{\sigma_s}{E_s}(1 - K_2\left(\dfrac{\sigma_s}{\sigma_s f}\right)^2)$, no menor que $0.4\dfrac{\sigma_s}{E_s}$

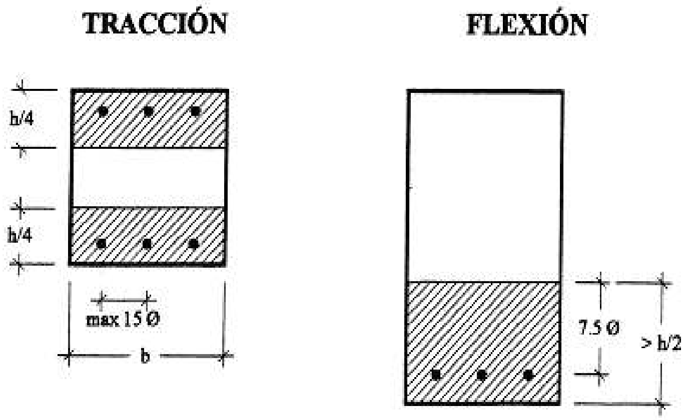
c: Recubrimiento en mm.

s: Separación entre barras. Si s > 15ϕ, se tomará s = 15ϕ.

K_1 = 0.25 para tracción simple; K_1 = 0.125 para flexión simple

ϕ: Diámetro de la barra traccionada más gruesa.

$A_{c,ef}$ = Área de hormigón de la zona de recubrimiento donde las barras traccionadas influyen de forma efectiva.



A_s = Sección total de las armaduras situadas en el área de la sección eficaz.

E_s = Módulo de deformación del acero (200.000 N/mm^2).

K_2 = 0.5 (salvo para cargas instantáneas, que vale 1)

σ_s = Tensión de servicio de la armadura en la sección fisurada.

En el caso de tracción, $\sigma_s = \dfrac{N}{A_s}$

En el caso de flexión, $\sigma_s = \dfrac{M}{0.8 * d * A_s}$

σ_{sf} = Tensión de la armadura para que la fibra más traccionada del hormigón alcance el valor $f_{ct,m}$.

$$f_{ct,m} = 0.3 * \sqrt[3]{f_{ck}^{\ 2}}$$

$$\sigma_{sT} = \frac{M_{fis}}{0.8 * d * A_s}$$, siendo $$M_{fis} = f_{ct,m} \frac{b * h^2}{6}$$

11) Comprobación del espesor a esfuerzos cortantes:

Al no llevar armadura transversal, deberá cumplirse (Art. 44):

$$V_{d,\max} \leq 0.12 * \varepsilon * (100 * \rho_1 * f_{ck})^{1/3} * b * d$$

$$\varepsilon = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$, con **d** en mm.

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b * d}$$, no mayor que 0.02

EJEMPLO DE CÁLCULO DE UN DEPÓSITO CILÍNDRICO DE HORMIGÓN ARMADO:

Datos:

- Diámetro: 20m.
- Altura: 4m.

1) Clase de exposición: IV
2) HA-30; Acero: f_{yk} = 400 N/mm^2

   Las armaduras serán redondos de 12mm; las horizontales exteriores, y las verticales interiores
3) γ_c = 1.5; γ_s = 1.15; γ_f = 1.6

   $$f_{yd} = \frac{400}{1.15} = 347.8 N / mm^2$$

   $$f_{cd} = \frac{30}{1.5} = 20 N / mm^2$$
4) recubrimiento mínimo: r_{min} = 35mm, r_{nom} = 35+10 = 45mm
5) h = 0.05*4 + 0.01*10 = 0.30 m = 300 mm.

   Canto útil:

   Para las armaduras horizontales: d = 300 – 45 – 12/2 = 249 mm

   Para las armaduras verticales: d = 249 – 12 = 237mm
6) $$\alpha = \frac{1.3}{\sqrt{Rxh}} = \frac{1.3}{\sqrt{10 * 0.3}} = 0.75$$

   Constante del depósito: 0.75*4 = 3

   Coeficientes máximos:

   K_1 = 0.3346 en x/L = 0.6

   K_2 = 0.6519 en x/L = 0

K_2 = -0.1894 en x/L = 0,4

β = 1.47

Tracción máxima: $N = 1000 * 10 * 4 * 0.3346 = 13384 Kp/m$

Momento en la base: $M = \frac{1000 * 10 * 0.3 * 4}{2 * \sqrt{3(1 - 0.2^2)}} * 0.6519 = 2305 m * Kp/m$

Momento para x/L = 0.4: M = -669 m*Kp/m

Cortante máximo: $V_{\max} = \gamma * R * h * \beta = 1000 * 10 * 0.3 * 1.47 = 4410 Kp/m$

Cortante en la base: $V_0 = \frac{1000 * 4}{2 * 0.75}(1 - \frac{1}{0.75 * 4}) = 1778 Kp/m$

7) Por tracción: $A_s = \frac{133840}{100} = 1338.4 mm^2/m$

En cada cara: 1338.4 / 2 = 669.2 mm^2/m.

Cuantías mínimas:

$$\frac{A_s}{A_c} \geq 0.004 \quad A_s \geq 0.004 * 1000 * 300 = 1200 mm^2 < 1338.4 mm^2$$

Se dispone de un redondo de 12mm cada 150mm en cada cara, resulta: 1000mm / 150mm = 6.66 redondos en cada cara.

$$A_{real} = ((\pi * \frac{12^2}{4}) * 6.66) * 2 = 1506.5 mm^2$$

8) Armadura interior:

M = 23050 m*N

$$M_d = 1.6 * 23050 = 36880 m * N$$

d = 237mm

$$U_0 = 0.85 * 20 * 1000 * 237 = 4029000 N$$

$$U_1 = 4029000(1 - \sqrt{1 - \frac{2 * 36880}{4029000 * 0.237}}) = 158738 N$$

$$A_s \geq \frac{U_1}{f_{yd}} = \frac{158738}{347.8} = 456 mm^2$$

$$A_s \geq 0.002 A_c = 0.002 * 300 * 1000 = 600 mm^2$$

Colocando un redondo de 12mm cada 180mm:

$$A_{real} = (\pi \frac{12^2}{4}) * \frac{1000}{180} = 628 mm^2$$

$$A_s * f_{yd} \geq 0.04 * f_{cd} * A_c \Rightarrow A_s \geq \frac{0.04 * 20 * 1000 * 300}{347.8} = 690 mm^2$$

La disposición anterior no nos vale, colocamos un redondo de 12 cada 160mm:

$$A_{real} = (\pi \frac{12^2}{4}) * \frac{1000}{160} = 706 mm^2$$

Armadura exterior:

M = -6.690 m*N/m. Al tener un valor menor que el anterior, se dispone de la misma armadura mínima: Redondo de 12 cada 160mm.

9) $f_{ct,k} = 0.21 * \sqrt[3]{30^2} = 2N/mm^2$

N =133840N/m

A_c = 300*1000 = 300.000 mm^2

A_s = 1506.5 mm^2

m = 10

$$\sigma_{ct} = \frac{N}{A_c + m * A_s} = \frac{133840}{300000 + 10 * 1506.5} = 0.42N/mm^2 < 2N/mm^2 = f_{ct,k}$$

Por tanto, se cumplen las tensiones antes de la fisuración

10) Armaduras horizontales (tracción):

$$s_m = 2c + 0.2s + 0.4K_1 \frac{\phi * A_{c,ef}}{A_s}$$

$$A_{c,ef} = 1000 * (\frac{300}{4}) * 2 = 150000 mm^2$$

c = 45mm

s = 150mm

K_1 = 0.25

$$s_m = 2c + 0.2s + 0.4K_1 \frac{\phi * A_{c,ef}}{A_s} = 2 * 45 + 0.2 * 150 + 0.4 * 0.25 * \frac{12 * 150000}{1507} = 239.4 mm$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s}(1 - K_2 \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_{sf}}\right)^2)$$

$$\sigma_s = \frac{133840}{1507} = 88.8N/mm^2$$

$$\sigma_{sT} = \frac{M_{fis}}{0.8 * d * A_s}$$

$$M_{fis} = f_{ct,m} \frac{b + h^2}{6}$$

$$f_{ct,m} = 0.3 * \sqrt[3]{f_{ck}^{\ 2}} = 0.3 * \sqrt[3]{30^2} = 2.89N/mm^2$$

$$M_{fis} = 2.89 \frac{1000 * 300^2}{6} = 43350000 mm * N$$

$$\sigma_{sf} = \frac{43350000}{0.8 * 249 * 1057/2} = 411.7N/mm^2$$

$K_2 = 0.5$

$E_s = 200000\ N/mm^2$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{88.8}{200000}(1 - 0.5 * \left(\frac{88.8}{411.7}\right)^2) = -4.33 * 10^{-4}$$

$$\varpi_{mx} = 1.7 * s_m * \varepsilon_{sm} = 1.7 * 239.4 * 4.33 * 10^{-4} = 0.176mm < 0.2$$

Suficiente para el ambiente de clase IV

Armaduras verticales (flexión):

M = 23050 m*N = 23050000 mm*N

c = 57mm

s = 160mm

$K_1 = 0.125$

ϕ = 12mm

$A_{c,efi}$:

Altura = 45 + 12 + 12/2 + 7.5*12 = 153mm > h/2 = 150mm

$A_{c,efi} = 150 * 1000 = 150000mm^2$

$A_s = 706mm^2$ d = 237mm

$$s_m = 2 * 57 + 0.2 * 160 + 0.4 * 0.125 * \frac{12 * 150000}{706} = 273mm$$

$$\sigma_s = \frac{23050000}{0.8 * 237 * 706} = 172 N / mm^2$$

$$M_{fis} = f_{ct,m} \frac{b * h^2}{6} = 2.8 * \frac{1000 * 300^2}{6} = 42000000 mm * N$$

$$\sigma_{sf} = \frac{M_{fis}}{0.8 * d * A_s} = \frac{42000000}{0.8 * 237 * 706} = 314 N / mm^2$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s}(1 - K_2 \left(\frac{\sigma_{sf}}{\sigma_s}\right)^2) = \frac{172}{200000}(1 - 0.5(\frac{314}{172})^2) = 2.79 * 10^{-4} < 0.4 * \frac{172}{200000} = 3.44 * 10^{-4}$$

$$\omega_k = 1.7 * 273 * 3.44 * 10^{-4} = 0.16mm < 0.2$$

Comprobación a esfuerzos cortantes:

V_{max} = 44100 N;

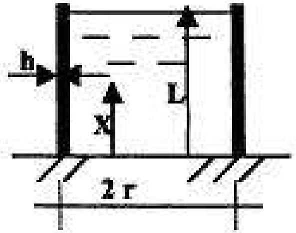
V_d = 1.6 * 44100 = 70560 N

$$\varepsilon = 1 + \sqrt{\frac{200}{237}} = 1.92$$

$$\rho_1 = \frac{706}{1000 * 237} = 2.98 * 10^{-3}$$

$$V_c = 0.12 * 1.92 * (100 * 2.98 * 10^{-3} * 30)^{1/3} * 1000 * 237 = 113329 N > V_d$$

α L	β	Valores de K_1											Valores K_2		X/L (-)	α L
		X/L = 0	X/L = 0,1	X/L = 0,2	X/L = 0,3	X/L = 0,4	X/L = 0,5	X/L = 0,6	X/L = 0,7	X/L = 0,8	X/L = 0,9	X/L = 1	Max.+; X=0	Max.-		
0,6	0,0576	0	0,0004	0,0014	0,0028	0,0045	0,0064	0,0084	0,0104	0,0124	0,0145	0,0166	0,1164	0	1	0,6
0,8	0,1753	0	0,0011	0,0040	0,0082	0,0132	0,1860	0,0244	0,0302	0,0361	0,0421	0,0480	0,1949	-0,0001	0,9	0,8
1,0	0,2929	0	0,0024	0,0087	0,0176	0,0281	0,0395	0,0514	0,0634	0,0754	0,0875	0,0995	0,2732	-0,001	0,8	1,0
1,2	0,4105	0	0,0043	0,0152	0,3003	0,0478	0,0665	0,0856	0,1047	0,1237	0,1425	0,1613	0,3376	-0,0055	0,7	1,2
1,4	0,5282	0	0,0066	0,0229	0,0499	0,0697	0,0954	0,1210	0,1459	0,1702	0,1941	0,2178	0,3848	-0,0166	0,7	1,4
1,6	0,6458	0	0,0092	0,0316	0,0607	0,0922	0,1236	0,1534	0,1814	0,2078	0,2333	0,2585	0,4210	-0,0374	0,6	1,6
1,8	0,7635	0	0,0124	0,0414	0,0778	0,1155	0,1508	0,1824	0,2101	0,2348	0,2579	0,2804	0,4535	-0,0606	0,5	1,8
2,0	0,8811	0	0,0161	0,0520	0,0970	0,1403	0,1781	0,2090	0,2332	0,2527	0,2694	0,2853	0,4864	-0,09	0,5	2,0
2,2	0,9987	0	0,0205	0,0661	0,1187	0,1674	0,2066	0,2346	0,2527	0,2636	0,2706	0,2764	0,5209	-0,1174	0,5	2,2
2,4	1,1164	0	0,0257	0,0813	0,1431	0,1972	0,2366	0,2600	0,2696	0,2695	0,2642	0,2571	0,5560	-0,1412	0,5	2,4
2,6	1,2340	0	0,0315	0,0989	0,1701	0,2292	0,2680	0,2854	0,2849	0,2719	0,2523	0,2306	0,5904	-0,1603	0,5	2,6
2,8	1,3517	0	0,0381	0,1170	0,1990	0,2629	0,3001	0,3105	0,2987	0,2718	0,2370	0,1998	0,6227	-0,1745	0,4	2,8
3,0	1,4693	0	0,0452	0,1370	0,2292	0,2973	0,3322	0,3346	0,3110	0,2699	0,2199	0,1671	0,6519	-0,1894	0,4	3,0
3,2	1,5869	0	0,0528	0,1576	0,2601	0,3316	0,3632	0,3571	0,3215	0,2668	0,2023	0,1348	0,6776	-0,1998	0,4	3,2
3,4	1,7046	0	0,0608	0,1792	0,2910	0,3650	0,3924	0,3774	0,3303	0,2628	0,1852	0,1046	0,6998	-0,206	0,4	3,4
3,6	1,8222	0	0,0692	0,2010	0,3216	0,3967	0,4191	0,3951	0,3371	0,2581	0,1693	0,0775	0,7188	-0,2085	0,4	3,6
3,8	1,9399	0	0,0778	0,2229	0,3511	0,4265	0,4430	0,4099	0,3419	0,2532	0,1550	0,0542	0,7352	-0,2081	0,4	3,8
4,0	2,0575	0	0,0867	0,2449	0,3799	0,4541	0,4640	0,4219	0,3448	0,2480	0,1426	0,0349	0,7493	-0,2051	0,4	4,0
4,2	2,1751	0	0,0959	0,2669	0,4075	0,4794	0,4819	0,4310	0,3459	0,2427	0,1321	0,0197	0,7617	-0,2035	0,3	4,2
4,4	2,2928	0	0,1053	0,2889	0,4340	0,5024	0,4971	0,4377	0,3456	0,2375	0,1234	0,0081	0,7727	-0,2071	0,3	4,4
4,6	2,4104	0	0,1150	0,3106	0,4593	0,5232	0,5096	0,4421	0,3441	0,2324	0,1164	-0,0003	0,7327	-0,2093	0,3	4,6
4,8	2,5281	0	0,1249	0,3322	0,4835	0,5419	0,5197	0,4445	0,3416	0,2276	0,1109	-0,0060	0,7917	-0,21	0,3	4,8
5,0	2,6457	0	0,1351	0,3537	0,5065	0,5586	0,5277	0,4454	0,3383	0,2230	0,1066	-0,0095	0,8	-0,2096	0,3	5,0
5,5	2,9398	0	0,1614	0,4063	0,5587	0,5923	0,5399	0,4424	0,3287	0,2132	0,1001	-0,0116	0,8181	-0,2036	0,3	5,5
6,0	3,2339	0	0,1888	0,4569	0,6034	0,6160	0,5438	0,4352	0,3189	0,2061	0,0976	-0,0090	0,8333	-0,1922	0,3	6,0
7,0	3,8221	0	0,2460	0,5498	0,6712	0,6398	0,5374	0,4186	0,3050	0,1991	0,0977	-0,0024	0,8571	-0,2071	0,2	7,0
8,0	4,4103	0	0,3049	0,6293	0,7133	0,6428	0,5241	0,4064	0,2991	0,1981	0,0991	0,0003	0,875	-0,207	0,2	8,0
9,0	4,9985	0	0,3642	0,6945	0,7352	0,6353	0,5120	0,4002	0,2981	0,1990	0,0999	0,0004	0,8869	-0,2025	0,15	9,0
10,0	5,5867	0	0,4226	0,7456	0,7430	0,6242	0,5039	0,3962	0,2988	0,1997	0,1001	0,0001	0,9	-0,2084	0,15	10,0
12,0	6,7631	0	0,5335	0,8107	0,7356	0,6068	0,4963	0,3990	0,2999	0,2001	0,1000	0,0000	0,9167	-0,1954	0,15	12,0
14,0	7,9395	0	0,6324	0,8364	0,7195	0,5993	0,4988	0,3999	0,3001	0,2000	0,1000	0,0000	0,9286	-0,2041	0,1	14,0
16,0	9,1159	0	0,7167	0,8429	0,7070	0,5982	0,4997	0,4001	0,3000	0,2000	0,1000	0,0000	0,9375	-0,2073	0,1	16,0
18,0	10,2923	0	0,7855	0,8359	0,7004	0,5990	0,5001	0,4000	0,3000	0,2000	0,1000	0,0000	0,9444	-0,1964	0,1	18,0
20,0	11,4687	0	0,8394	0,8251	0,6963	0,5997	0,5001	0,4000	0,3000	0,2000	0,1000	0,0000	0,96	-0,1766	0,1	20,0



$$\alpha = \frac{1{,}3}{\sqrt{r * h}}$$

$$N = \gamma * r * L * K_1$$

$$M = \frac{\gamma * r * h * L}{2 * \sqrt{3 * (1 - \nu^2)}} * K_2$$

$$V_{max} = \gamma * r * h * \beta$$

$$V_0 = \frac{\gamma * L}{2 * \alpha} * \left(1 - \frac{1}{\alpha * L}\right)$$